

現役合格への 軌跡

2025 年度 神戸大物理 第 1 問〔問題編〕

今回は 2025 年度の神戸大の第 1 問（力学問題）について解説します。ここ数年の神戸大の力学問題の中には、見慣れない設定であったり計算処理が難解であったりするなどなかなか特徴的な問題が散見されたのですが、2025 年度は典型的な入試問題といった形となりました。だからこそ、高校物理の正確な理解および正しい解法が定着しているかが問われます。では、チャレンジしてみてください。

I 力学

質量 m 、高さ h 、底面積 S の密度が一様な直方体を、密度 ρ の液体に入れたところ、図 1 (a) のように高さ方向に $\frac{h}{5}$ だけ液面から出て静止した。この直方体を、図 1 (b) のように上面が深さ d の位置に来るまで液体に沈めてから静かに手を離すと、図 1 (c) のように下面が液面に接するまで上昇し、その後下降に転じた。鉛直上向きを z 軸の正の向き、液面の位置を z 軸の原点 O 、重力加速度の大きさを g とし、図 1 (a) の状態、および (b) から (c) の状態までの運動に関する以下の問 1～5 に答えなさい。解答の導出過程も示しなさい。直方体が入ることによる液面の位置の変化、直方体の運動に伴う液体の運動の影響、運動する直方体が液体から受ける抵抗力、および空気の影響を、すべて無視できるものとする。また、直方体は鉛直方向にのみ運動し、静止中も運動中もその底面は常に液面に平行であるとする。

問 1 図 1 (a) の状態において、直方体にはたらく鉛直方向の力のつり合いの式を示しなさい。

問 2 図 1 (b) に示す深さ d の位置で手を離してから、直方体の上面が液面に達するまでの運動方程式を示しなさい。このときの直方体の加速度を a とする。

問 3 図 1 (b) に示す深さ d の位置で手を離した時刻を $t = 0$ とする。直方体の上面が液面に達する時刻 t_1 と、そのときの直方体の速度 v_1 を、いずれも g と d を用いて表しなさい。

問 4 直方体の上面が液面から出た後の運動方程式を示しなさい。このときの直方体の加速度を A 、上面の z 軸上の座標を z とする。さらに、直方体の速さが最大になるときの z を h を用いて表しなさい。

問 5 $t = 0$ から直方体の下面が液面に接する図 1 (c) の状態までの運動について、直方体の速度 v の時刻 t に対する変化の概略を図示しなさい。その図には、問 3 の t_1 と v_1 がどこであることを明示しなさい。さらに、 $0 \leq t \leq t_1$ と $t \geq t_1$ のそれぞれの範囲について、時刻 t に対する変化の特徴を簡潔に説明しなさい。

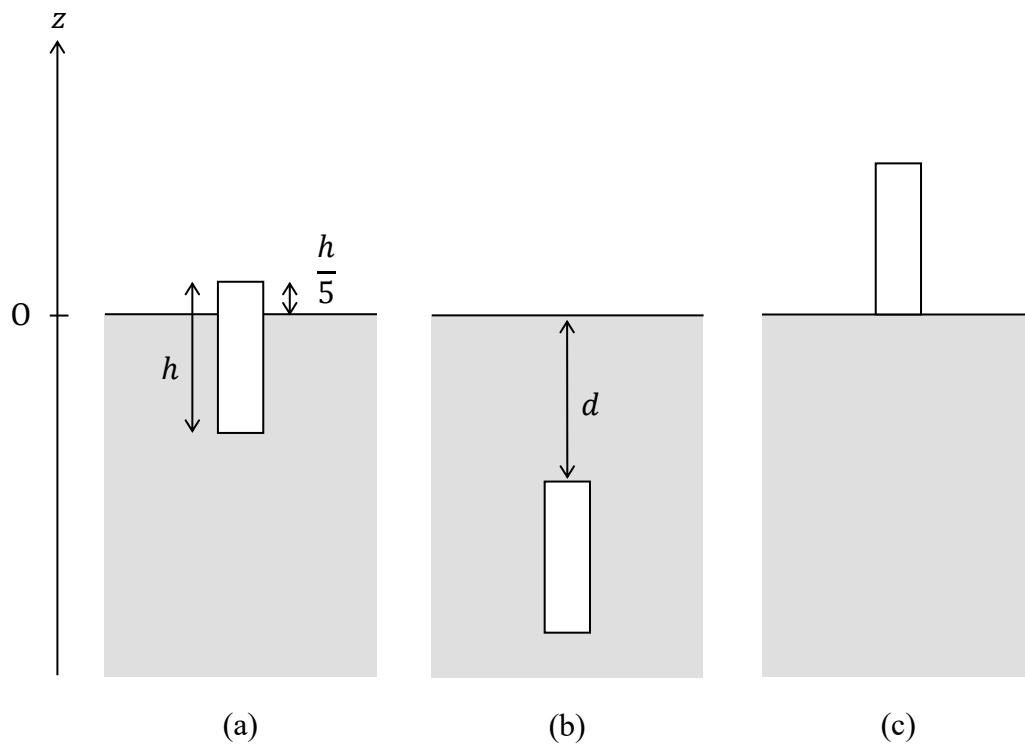


図 1

【解答】

問 1 鉛直方向の力のつり合い $\frac{4}{5}\rho Shg = mg$

問 2 鉛直方向の運動方程式 $\rho Shg - mg = ma$

問 3 問 1 より $m = \frac{4}{5}\rho Sh$ である。問 2 の運動方程式に代入して、

$$\rho Shg - \frac{4}{5}\rho Sh \times g = \frac{4}{5}\rho Sh \times a \quad \therefore a = \frac{1}{4}g$$

等加速度運動の式より、

$$d = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}g \times t_1^2 \quad \therefore t_1 = 2\sqrt{\frac{2d}{g}}$$

$$v_1 = \frac{1}{4}g \times t_1 = \sqrt{\frac{gd}{2}}$$

問 4 鉛直方向の運動方程式 $\rho S(h - z)g - mg = mA$

$m = \frac{4}{5}\rho Sh$ を代入して変形すると、

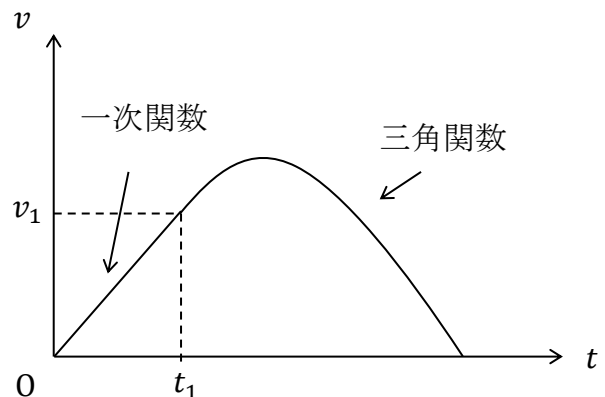
$$A = -\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5g}{h}}\right)^2 \left(z - \frac{1}{5}h\right)$$

よって、この運動は角振動数 $\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5g}{h}}$ ，振動中心 $z_C = \frac{1}{5}h$ の単振動である。単振動の

速さが最大となる位置は振動中心の位置であるので、その座標は $z = \frac{1}{5}h$ である。

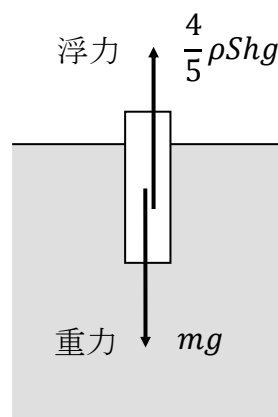
問 5 $v-t$ グラフは右図の通り。

なお、 $0 \leq t \leq t_1$ の間の運動は等加速度直線運動であるので $v-t$ グラフは一次関数となり、 $t \geq t_1$ の間の運動は単振動であるので $v-t$ グラフは三角関数となる。



【解説】

問1 まずは肩慣らしのような問題です。「鉛直方向の力のつり合いの式を示しなさい」とあるので、力を描いてそのまま立式しましょう。「アルキメデスの原理」は大丈夫ですね？「物体が流体（液体や気体の総称）から受ける浮力の大きさは、その物体が排除した流体の重力の大きさに等しい」です。直方体は $h - \frac{1}{5}h = \frac{4}{5}h$ だけ液体中に沈んでいますので、直方体が排除した液体の体積は $\frac{4}{5}Sh$ です。よって、その重力の大きさは $\rho \times \left(\frac{4}{5}Sh\right) \times g = \frac{4}{5}\rho Shg$ となり、これが浮力の大きさとなります。よって、力のつりあいの式は、



$$\frac{4}{5}\rho Shg = mg$$

となります。なお、この式から、

$$m = \frac{4}{5}\rho Sh \quad \cdots \quad \text{①}$$

となりますね。

さて、本問はこれで OK で、おそらく受験生ならば誰しもが解ける（解けなければならぬ）と思うのですが、この問題を解いているときに 1 つだけ思い出しておいてほしいことがあって、それが「力のつりあいは『加速度を持たない物体』について成り立つ」という事実です。これはニュートンの運動の法則の第 1 法則（物体に力がはたらかないか、はたらいたとしても合力が 0 のとき、物体は静止もしくは等速直線運動をする）のことを表しています。実は、物理で学ぶ法則にはこのような「成立条件」が存在する法則が数多くあります。そして、問題を解くうえで、この成立条件を意識することは非常に大事なのです。もし、本問を解く際に「ああ、直方体が静止しているから力のつりあいが成立するんだな」ということが頭をよぎった人は素晴らしいです（こういう人は物理の成績が伸びます）。そして、本問は全体を通して「法則の成立条件をいかに意識して学習してきたか」が問われることになります。

現役合格への 軌跡

問 2 次の問 3 につながる大事な問題です。ただ、答え自体はすぐに出せます。「直方体の上面が液面に達するまでの運動方程式を示しなさい」ですので、力を描いて立式しましょう。「直方体の上面が液面に達するまで」とは言い換えると「直方体が完全に沈んでいる間」ということです。よって、浮力は ρShg で一定の値となります。これに注意して、運動方程式は、

$$\rho Shg - mg = ma$$

となります。

さて、本問もこれで OK なのですが・・・。この式を見て、以下のことが頭によぎりますか？

「ああ、なるほど、完全に沈んでいる間は直方体にはたらく力の値は●●だから、直方体の運動は▲▲▲▲運動だな。」

●●と▲▲▲▲には適する言葉を入れましょう。答えはすぐ下の文章で。

問 3 直方体の上面が液面に達する時刻 t_1 と、そのときの直方体の速度 v_1 が問われています。要は直方体が距離 d だけ上昇する時間と上昇したときの速度ですね。さて、どんな式を立てて解きますか？

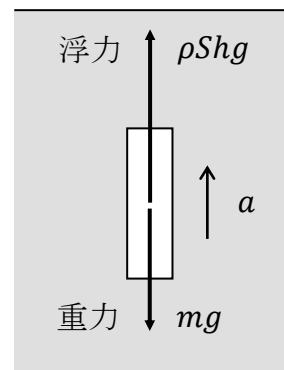
ここで重要な観点が「力の値が一定であれば加速度が一定である」というものです。これは運動方程式 $F = ma$ から明らかですね。そして、この観点が非常に重要なのです。

みなさんは「等加速度運動の式（ $v = v_0 + at$, $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ ）」という式を知って

いるはずですが、これは法則名の通り「等加速度＝加速度が一定」という場合にのみ成立する式です。すなわち、等加速度運動の式には成立条件が存在するのです。加速度が一定でない場合、上の公式は使用できません（成り立たないから）。逆に、加速度が一定であればこの公式は使用できます（成り立つから）。とてもシンプルですが、この観点をみなさんは持っていますか？ということで、先の問 2 で、

「ああ、なるほど、完全に沈んでいる間は直方体にはたらく力の値は一定だから、直方体の運動は等加速度運動だな。」

ということが頭をよぎっていれば素晴らしいです。よって、本問は加速度 a を求めて等加速度運動の式を用いて解く、という、解答の通りの流れで解くことになります。さて、どうでしょう？このような思考のルートをみなさんは持っていますか？



問 4 この問題が合否を分ける問題となりそうです。

気合を入れましょう。さらにレベルが上がりますよ。

「直方体の上面が液面から出た後の運動方程式を示しなさい。」という問題自体は、問 3 まで解けたみなさんなら大丈夫でしょう。「このときの直方体の加速度を A 、上面の z 軸上の座標を z とする。」と座標指定があるおかげで、右図の通り浮力が表現できます。よって、座標 z での運動方程式は

$$\rho S(h-z)g - \frac{4}{5}\rho Sh \times g = \frac{4}{5}\rho Sh \times A \quad \cdots \quad ②$$

となります。

さあ、ここからがこの大問のハイライトです。この式を見て、

「ほうほう、なるほど、この式は単振動の加速度公式『 $a = -\omega^2(x - x_c)$ 』の形に直せるから、直方体の運動は単振動だな」

(a : 座標 x における加速度, ω : 角振動数, x_c : 振動中心)

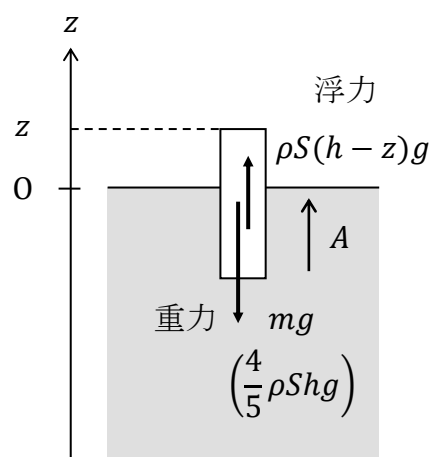
ということに気づけば、おめでとう、あなたは神大合格です。『 $a = -\omega^2(x - x_c)$ 』の部分は、両辺に質量 m をかけて、 $ma = F$, $m\omega^2 = K$ (K は正の定数) として、『 $F = -K(x - x_c)$ 』とも表現されます。この形になる合力 F を復元力といいます。いずれにせよ、神大は (多分に筆者の妄想が含まれますが) みなさんに以下のように語りかけているのです。

「座標 z における運動方程式を書け、と誘導したよ。受験生のみんなは気づくよね? 加速度が、単振動の加速度公式『 $a = -\omega^2(x - x_c)$ 』の形に直せるよ。ということで、中途半端に沈んでいるときの直方体の運動は単振動だよ。この後は単振動の理論に従って解けるよね? 解けたら合格に近づくよ!」

単振動は振動中心で速さが最大となるのはみなさんもお存じの通りでしょう。すなわち、

②の式を単振動の加速度公式の形 $A = -\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5g}{h}}\right)^2 \left(z - \frac{1}{5}h\right)$ に直して、振動中心 $z_c = \frac{1}{5}h$ を把握できれば OK です。

まとめると、単振動という運動は、「座標 x での加速度が $a = -\omega^2(x - x_c)$ の形で表現されるとき」に発生します。すなわち、単振動という運動には発生する条件があるのです。このあたりをしっかりと把握して学習していたか、今一度確認するとよいでしょう。



現役合格への 軌跡

問 5 問 4 まで解けていれば、最後の問 5 はボーナス問題のようなものです。

$0 \leq t \leq t_1$: 等加速度運動 $\rightarrow v-t$ グラフは一次関数

$t \geq t_1$: 単振動 $\rightarrow v-t$ グラフは三角関数

という、教科書通りの基礎知識を使いましょう。時刻 $t = 0$ および直方体が最高点に達する時刻は速度 $v = 0$ であることをお忘れなく。 $t = t_1$ を境にして運動は変化しますが、前後で速度や加速度は不連続に変化しないので、 $t = t_1$ でグラフは連続かつなめらかに（微分可能な形で）つないでおきましょう。

以上、いかがだったでしょうか？ここまで読んでいただいた皆さん、ありがとうございました。次回は 2025 年の神戸大第 2 問の解説をします。