

# 現役合格への 軌跡

2026 年度 神戸大物理 第 1 問 [問題編]

今回は 2026 年度の神戸大の第 1 問 (力学問題) について解説します。問題設定自体は難しくなく、一見簡単に解いていけそうに感じますが、そこは神戸大で、あいまいな理解のまま学習を進めてきた受験生には厳しい問題が散見されます。まずは問題にチャレンジしてみましょう。

## I 力学

図 1 のような半円状 (半径  $R$ ) のレールが水平な床の上に固定されており、レールの最も低い位置に質量  $M$  の質点 (以下、質点  $M$ ) が置かれている。底から高さ  $h$  の位置にある質量  $m$  ( $< M$ ) の質点 (以下、質点  $m$ ) を静かに離すと、2 つの質点は衝突した。図 1 に示すように  $x$  軸はレールの底を原点として水平方向にとるものとし、質点  $m$  を離れた位置の  $x$  座標の絶対値は  $R$  に比べて十分に小さいとする。以下では 1 回目の衝突直後における質点  $m$  の速度の  $x$  成分を  $v_1$ 、質点  $M$  の速度の  $x$  成分を  $V_1$ 、2 つの質点の間の反発係数を  $e$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とする。また、質点はレール上をなめらかに運動するものとし、質点にはたらく空気抵抗の影響は考えないものとする。以下の問 1~5 に答えなさい。解答の導出過程も示しなさい。導出過程で必要な物理量があれば、それらを表す記号は全て各自が定義して使用してよいが、答えには与えられた物理量のみを用いなさい。(配点 25 点)

問 1 2 つの質点が完全非弾性衝突した場合 ( $e = 0$ ) を考える。このときの  $v_1$  および  $V_1$  を求めなさい。

問 2 問 1 において、2 つの質点が原点で衝突してから再び原点に戻ってくるまでにかかる時間を求めなさい。

問 3 2 つの質点が弾性衝突した場合 ( $e = 1$ ) を考える。このときの  $v_1$  および  $V_1$  を求めなさい。

問 4 問 3 において衝突した時刻を  $t = 0$  とすると、それぞれの質点の  $x$  座標は時刻とともにどのように変化するか。概略を図示しなさい。ただし、質点  $m$  の  $x$  座標を実線、質点  $M$  の  $x$  座標を点線で示しなさい。

問 5 2 つの質点が  $0 < e < 1$  をみたく反発係数で非弾性衝突した場合を考える。衝突直前の質点  $m$  の速度の  $x$  成分を  $v_0$  として、このときの  $v_1 - V_1$  を  $v_0$  と  $e$  を用いて表しなさい。また、十分長い時間が経ったとき、それぞれの質点の原点における速さを求めなさい。

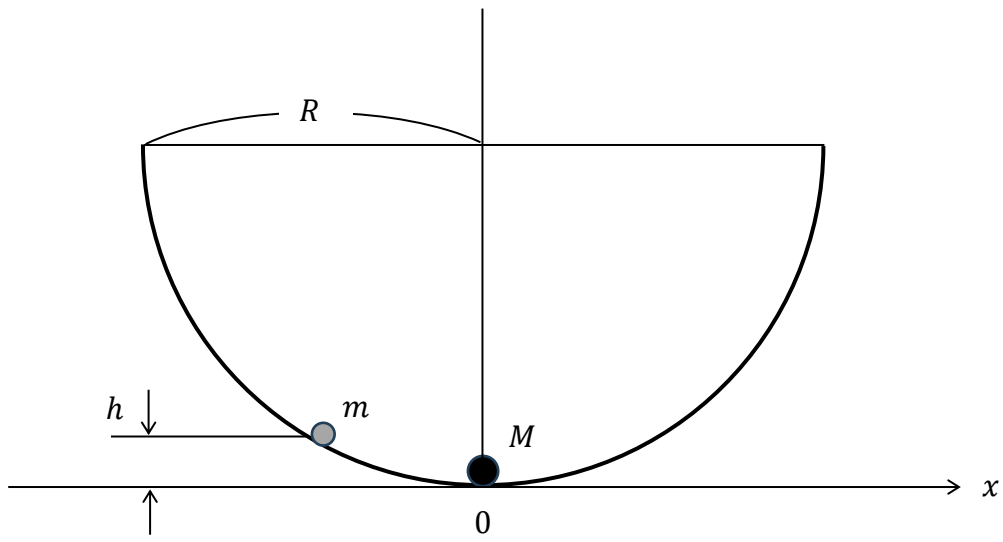


図 1

【解答】

問 1 衝突直前の質点  $m$  の速度の  $x$  成分を  $v_0$  として、力学的エネルギー保存より、

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \therefore v_0 = \sqrt{2gh}$$

運動量保存より、

$$mv_0 = mv_1 + MV_1$$

反発係数の式より、

$$0 = -\frac{v_1 - V_1}{v_0}$$

以上より、

$$v_1 = V_1 = \frac{m}{m+M} \times \sqrt{2gh}$$

問 2 2 つの質点の運動は単振り子と同等とみなせる。その周期を  $T$  として、単振り子の周期の公式より、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

求める時間を  $t$  として、

$$t = \frac{1}{2}T = \pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

問 3 問 1 の  $v_0$  を用いて、運動量保存より、

$$mv_0 = mv_1 + MV_1$$

反発係数の式より、

$$1 = -\frac{v_1 - V_1}{v_0}$$

2 式と問 1 の結果より、

$$v_1 = \frac{m-M}{m+M} \times \sqrt{2gh} = -\frac{-m+M}{m+M} \times \sqrt{2gh}, \quad V_1 = \frac{2m}{m+M} \times \sqrt{2gh}$$

問 4 2 回目の衝突直後の質点  $m$ ,  $M$  の速度をそれぞれ  $v_2$ ,  $V_2$  とする。その衝突直前の速度はそれぞれ  $-v_1$ ,  $-V_1$  であるから、運動量保存と反発係数の式より、

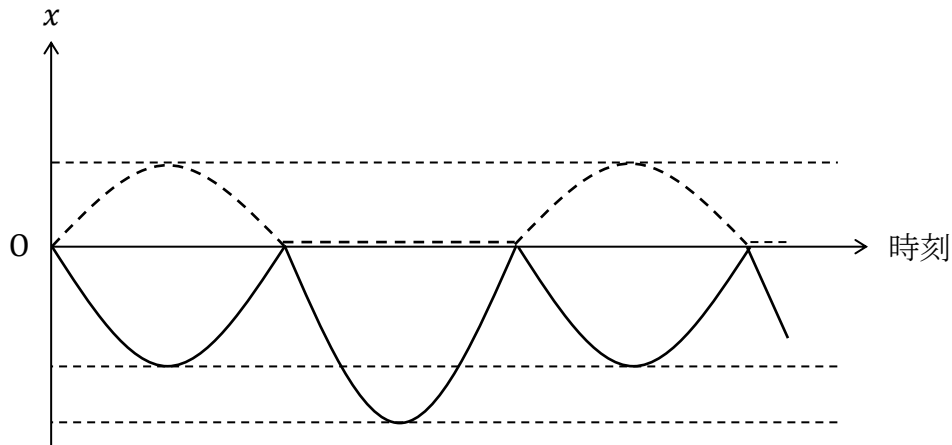
$$m \times (-v_1) + M \times (-V_1) = mv_2 + MV_2$$

$$1 = -\frac{v_2 - V_2}{(-v_1) - (-V_1)}$$

問 1 の  $v_0$  を用いて、上記 2 式より、

$$v_2 = -v_0, \quad V_2 = 0$$

よって 3 回目の衝突直前の速度はそれぞれ  $v_0, 0$  となり, これは 1 回目の衝突直前と同じ状況であるから, これ以降は 1 回目衝突直後~3 回目衝突直前の運動を繰り返す。よって, 求めるグラフの概略は以下のとおりとなる。



問 5 反発係数の式より,

$$e = -\frac{v_1 - V_1}{v_0} \quad \therefore v_1 - V_1 = -ev_0$$

これ以降, 2 つの質点は原点で衝突するごとにその相対速度の大きさが  $e$  倍となるから, 十分に時間が経つと相対速度の大きさは 0 に限りなく近づく。よって, 求める速さを  $u$  とすると, 運動量保存より,

$$mv_0 = (m + M)u \quad \therefore u = \frac{m}{m+M}v_0$$

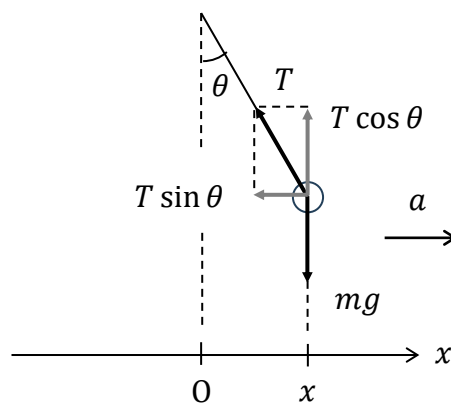
# 現役合格への 軌跡

## 【解説】

問1 この問題は落とせないですね。摩擦のない円状斜面を下った小球  $m$  が、最下点で静止している小球  $M$  に衝突する問題です。小球  $m$  の衝突前の運動は「保存力（重力）のみが仕事をする運動」ですので「力学的エネルギー保存」が成立します。また、2物体の衝突問題といえは「運動量保存と反発係数の式の連立で解く」が基本解法ですね。今回は完全非弾性衝突ですので、衝突後に2つの小球は合体します。すなわち、同じ速度になるわけです。これは反発係数の式から明らかで、この事実は暗記していてよいです。とにかくにも、上記のことを瞬時に確認して、模範解答の通りに解くこととなりますね。なお、注意点としては、本問は弾性衝突ではないので、衝突直前直後では力学的エネルギーが保存しない、ということです。力学的エネルギー保存が成立するのはあくまで小球  $m$  が単独で運動している間となるので注意しましょう。

問2 神戸大らしい、差がつきやすい問題です。解答にさらっと「単振り子」という用語が出てきていますね。本問はこれに気づくことが重要なのですが・・・。「え？単振り子って、糸につり下げた小球の微小振動でしょ？この問題は糸なんてどこにもないよ？」などと思ってしまった人もいるでしょう。その人は残念ながら「あいまいな理解のまま学習を進めてきた受験生」に該当します。少し詳しく解説しましょう。

単振り子は単振動の一種です。単振動は2025年度第1問（力学問題）でも解説しましたので、理論の詳細についてはそちらを見ていただくとして、今回は「そもそもなぜ単振り子が単振動とみなせるのか」という部分を掘り下げましょう。まずは教科書に掲載されている代表的な単振り子（＝長さ  $l$  の糸につり下げた小球の微小振動）で考えます。



単振動の解法手順に沿って考えていきます。上図のように  $x$  軸をとり、 $T$  を張力の大きさとして、座標  $x$  における力に関する式を立ててみます。さて、その式を立てる際に非常に重要なことがあります。それは「単振り子は微小振動である」ということです。微小振動でないと単振り子とはいいません（その場合は「半径  $l$  の円運動の一部」

とみなすべきですね)。この「微小振動」という設定には2つの意味があって、1つめは「振れ角  $\theta \ll 1$  であるので  $\cos \theta \cong 1$  とみなせる」ということと、2つめは「鉛直方向にはほとんど変位しないので、鉛直方向には力のつりあいが成り立つと考えてよい」ということです。よって、鉛直方向には  $\cos \theta \cong 1$  とした力のつりあいの式が立てられます。以下の式の通りです。

$$T = mg$$

また、 $x$  方向の加速度を  $a$  として水平方向の運動方程式を立てると、

$$ma = -T \sin \theta$$

となります。ここで問題状況（右図）より、

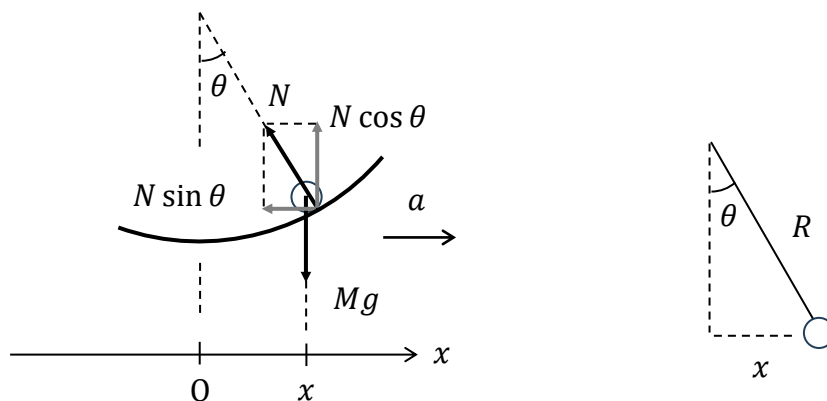
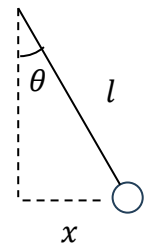
$$\sin \theta = \frac{x}{l}$$

です。以上3式から  $T$  と  $\sin \theta$  を消去すると、

$$ma = -mg \times \frac{x}{l} \quad \therefore a = -\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\right)^2 (x - 0)$$

となります。これで理解できましたね。角振動数  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ ，振動中心  $x_C = 0$  として、座標  $x$  における加速度  $a$  が「単振動の加速度公式『 $a = -\omega^2(x - x_C)$ 』」の形になったので、単振り子は単振動とみなせるわけです。なお、単振り子の周期は  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  と計算されます。これは単振り子の周期の公式として暗記している人も多いでしょう。さて、ここまで単振り子を振り返ってみましたがいかがだったでしょうか。単振り子には上記のような理論があるのです。

さて、ここからが本番です。本問においてはどのようなになるのでしょうか？問題設定はもちろん「糸を用いた単振り子」ではありません。しかし、力に関する式を立ててみるとどうでしょうか。ここでは分かりやすさを重視して質点  $M$  にかかる力を図示してみましょう。下図の通りです。



もうお気づきですね？力のはたらき方や問題状況が「糸を用いた単振り子」とそっくりです。張力  $T$  が垂直抗力  $N$  に、糸の長さ  $l$  が円の半径  $R$  に置き換わっただけとい

## 現役合格への 軌跡

えます。しかも問題文に「質点  $m$  を離れた位置の  $x$  座標の絶対値は  $R$  に比べて十分に小さいとする。」とありますので、質点  $M$  の運動の振れ角についても  $\theta \ll 1$  とみなせます。要は微小振動とみなせる、ということです。すなわち、本間の設定は「糸の長さが  $R$  の単振り子」と同等であるのですね。なお、念のためしっかりと解いておくと、

$$\text{鉛直方向の力のつりあい} : N = Mg$$

$$\text{水平方向の運動方程式} : Ma = -N \sin \theta$$

$$\text{問題状況より} : \sin \theta = \frac{x}{R}$$

であり、3式から  $N$  と  $\sin \theta$  を消去すると、

$$Ma = -Mg \times \frac{x}{R} \quad \therefore a = -\left(\sqrt{\frac{g}{R}}\right)^2 (x - 0)$$

となるので、この運動は「角振動数  $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$  , 振動中心  $x_c = 0$  の単振動」で、その周

期は  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$  となるわけです。

さて、いかがだったでしょうか。単振り子に上記のような理論があることをしっかりと理解できていれば、本間の状況も単振り子と同等とみなして解くことが可能なはずです。作問者の意図もそこにあります（神戸大の HP にアップされている「出題の意図」にも明記されています）。単振り子のうわべだけを暗記している受験生を振り落とす問題だと言えそうですね。なお、結果が示す通り、本間の周期は質点の質量にはよりません。ですので、質点  $m$  も質点  $M$  も半周期後に原点に戻ってきて衝突することになります。この事実は問 4 で利用します。

問 3 さて、問 3 です。先の間 2 で「難しい！分からない！」と感じた受験生の中には、心が折れてしまって問 3 を解く意欲がなくなった人もいたかもしれません。しかし、ここはあきらめてはいけませんでした。実は問 2 と問 3 は別問題でほぼ関連性はありません。むしろ問 1 と関連があります。というよりも、問 1 とほぼ同様の問題なのです(!)。これは問題文を読めば分かりますね。問 1 と問 3 の違いは「完全非弾性衝突 ( $e = 0$ ) であるか弾性衝突 ( $e = 1$ ) であるか」だけです。ですので、問 1 と同様に「運動量保存」と「反発係数の式」を用いて解くとよいです。問 1 が解けた人にとっては、問 2 よりも問 3 の方が解きやすかったはずですね。

問 4 残酷なことに、この問題は問 2 と関連します。よって、問 2 が解けなかった受験生はこの問題も解けなかったことでしょう。問 2 が解けた受験生にのみ、問 4 は完答する権利があります。ただし、そのためにはもう 1 つクリアすべきものがあります。それが「運動の対称性に気づくこと」です。

本間は「それぞれの質点の  $x$  座標は時刻とともにどのように変化するか。」という

ものです。問 2 より、それぞれの質点の運動は単振動で、その半周期ごとに原点で衝突することが分かりました。すなわち、座標  $x$  と時刻  $t$  のグラフは三角関数となり、原点に戻ってきて衝突するごとに速度が変化して別の形のグラフになることとなります。ここまで思考を進めれば、自ずと計算したくなりますね。「2 回目に衝突した後の速度はどのようになるだろう？」と。そして、本問で最も重要なことは、「考えたり悩んだりする前に計算してみる」ことなのです。模範解答の通りに計算してみると 2 回目の衝突直後の速度が「 $v_2 = -v_0$ ,  $V_2 = 0$ 」となります。この結果が出れば合格です。ちょっと感動しませんか？質点  $m$  は負の向きに速さ  $v_0$  で動き出し、質点  $M$  は再び静止するのです。となると、次の 3 回目衝突直前のそれぞれの速度は  $+v_0$  と  $0$  となるのは（力学的エネルギー保存より）自明です。そして、これは 1 回目の衝突直前と同じ状況になっています。すなわち、本問の設定においては、2 つの質点は「1 回目の衝突直前から 3 回目の衝突直前までの運動を 1 セットとした運動」を繰り返す、ということになるのです。これに気づくとグラフの概略が描けますね。

とはいえ、本問はなかなかの難問だと思います。まず、そもそも問 2 が解けていなければ本問を解くことは厳しいです。そのうえで、思い切って 2 回目の衝突直後の速度を計算することによって運動の対称性に気づくこともなかなか難しいです。

問 5 さて、最終問題です。先の問題 2 や問 4 で「難しい！分からない！」と感じた受験生の中には、心が折れてしまって問 5 を解く意欲がなくなった人もいたかもしれません。しかし、あきらめてはいけません。実は問 2・問 4 と問 5 は別問題でほぼ関連性はありません。むしろ問 1・問 3 と関連があります。あれ、問 3 の解説文の冒頭とほぼ同じことを言っていますね（笑）。この大問はなんと「問 1・問 3・問 5 が 2 物体の衝突に関する問題」で、「問 2 が単振動（単振り子）の問題」、「問 4 が 2 物体の衝突＋単振動＋運動の対称性を見抜く問題」という構成になっています。衝突問題は自信を持って解けるよ！という受験生には、もしかしたら「問 1・問 3・問 5 の 3 問だけしっかりと解いて点数を稼ぐ」という形が良かったかもしれませんね。

解説に戻りましょう。1 回目の衝突直後の速度の差  $v_1 - V_1$  は反発係数の式からすぐに計算できます。ここで、 $v_1 - V_1$  は質点  $M$  から見た質点  $m$  の相対速度であることに注意しましょう。そのうえで、本問のポイントは「非弾性衝突 ( $0 < e < 1$ ) なので、衝突ごとに相対速度の大きさが  $e$  倍になる → 最終的には相対速度が  $0$  となる」ということに気づくことです。前者は反発係数の式から、後者は等比数列の知識があれば容易に想像がつくでしょう。ということで、最終的に 2 つの質点は同じ速度になりますから、それをもとに運動量保存から解くこととなります。

以上、いかがだったでしょうか？ここまで読んでいただいた皆さん、ありがとうございました。次回は 2026 年の神戸大第 2 問の解説をします。