

強者の戦略

研伸館の藤原です。強者への道:物理の第7回,第8回を担当させていただきます。掲載する問題についてですが,2000年度 東京大学後期試験の総合科目I Iからの出題です。なにやら,総合科目I Iの研究ページの様になってきておりますが,今回の問題は,前期試験の力学でも問われる「運動の解析」の仕方です。物理法則の理解度と,数学力が共に試される良問ですので,是非挑戦してみてください(解説は来週掲載します)。

【問題】自動車の走行特性『出典:東京大学 後期日程 総合科目I I』

(考察時間目安:60分)

直流モーターで駆動される電気自動車とエンジンで駆動される自動車の走行特性に関する以下の設問に答えよ。

まず,この自動車が直流モーターで駆動される電気自動車の場合の加速減速特性について検討する。いま,図1のようにこの電気自動車を,等加速度区間,定速度区間,等減速度区間に3つの区間をもつ台形速度駆動で一定距離だけ走行させることにする。これに関して以下の設問に答えよ。ただし設問1~3については,摩擦や抵抗は無視できるものとする。

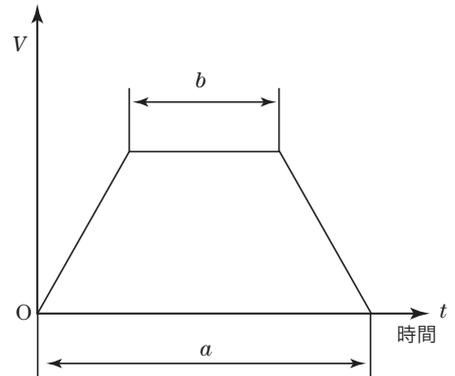


図 1

1. 移動距離を S , 移動時間を a , 定速運転時間を b とするとき, 停止状態から最高速度に至るときの加速度の大きさ α を S, a, b の関数として表せ。ただし, 加速時と減速時の加速度の絶対値は同じ値をとるものとする。

2. モーターのコイル電流 i と自動車の加速度の大きさ α が $i = K|\alpha|$ (ただし K は正の定数) なる比例関係にあるとすると, 電気自動車が始動してから停止するまでに発生するモーターコイルの発熱量の移動時間にわたる時間平均値 W が, $\beta = b/a$ と定義したときに, 以下のような式で表されることを示し, 式中の $f(\beta)$ を求めよ。ただし, モーターのコイルに流れる電流を i , 抵抗を R とする。また, 抵抗 R に電流 i が流れるときの発熱量は Ri^2 であるとする。

$$W = \frac{16RK^2S^2}{a^4 f(\beta)}$$

3. R, S, a が一定の時, W が最小となる β を求めよ。

次に, エンジンで駆動される自動車の走行特性について検討する。図2に示すように, 坂道を登る自動車には, 坂道方向に以下のような力が作用する。

(a) エンジンからクラッチや変速機を介して伝達される駆動力 F_e

(b) 加速に要する力(加速抵抗) $m \frac{dV}{dt}$

(c) 空気による空気抵抗 R_a

(d) タイヤによる転がり抵抗 R_r

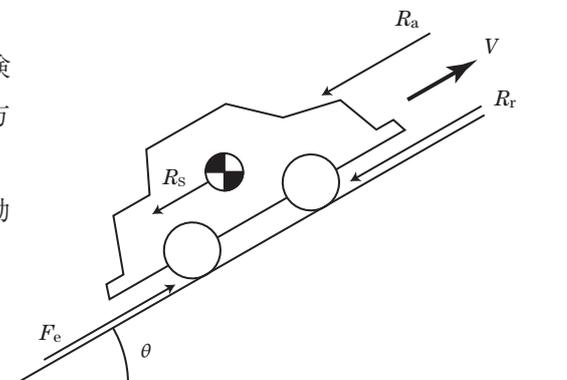


図 2

強者の戦略

(e) 重力による勾配抵抗 R_s

以下では、 $R_e = R_a + R_r + R_s$ を走行抵抗と呼ぶ。ただし、図中で、 m は自動車の質量、 V は自動車の坂道上向き方向の速度の大きさ、 θ は坂道の傾斜角である。

4. 坂道を登る自動車を質点としてモデル化し、坂道に沿った方向の運動に関する運動方程式を m , V , F_e , R_e および時間 t を使って表せ。

いま、走行抵抗は、 $R_e = \gamma + \delta V^2$ 、駆動力は、 $F_e = F_0 + F_1 V - F_2 V^2$ のような速度の大きさ V の 2 次関数で与えられるものとする。ただし、 γ , δ , F_0 , F_1 , F_2 は正の定数とする。

5. 車が等速運動している時の速度（定常走行速度）の大きさには V_S , V_U （ただし $V_S > V_U$ ）の 2 つが存在する事が分かっているとき、それらを γ , δ , F_0 , F_1 , F_2 を使って表せ。

6. 加速走行時の速度の大きさ V と時間 t の関係を設問 5 で求めた V_S , V_U を含む表現で表せ。ただし、初速度の大きさを V_i とせよ。

図 3 は、自動車の走行性能曲線と呼ばれるもので、自動車の速度の大きさと駆動力および走行抵抗の関係を示したものである。駆動力と走行抵抗を表す曲線の交点に対応する横軸上の点が、設問 5 で求めた V_S と V_U である。実際には、微少な速度の大きさの変化を考慮すると V_U の方は実現されない。以下では、なぜ実現されないかについて検討する。

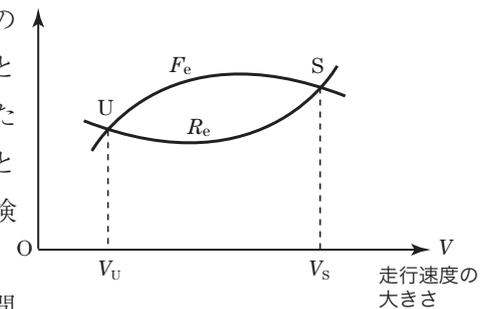


図 3

いま、定常走行速度の大きさを V_0 とし、この速度の大きさに時間の関数である微少な変動 $v(t)$ が伴った場合について考える。ただし $v(t)$ は V_0 に比べて十分小さいものとする。

7. 設問 4 で求めた運動方程式から、速度の大きさの変動 $v(t)$ に関する式を求めよ。

(注) 一般に、微分可能な関数 $F(X)$ について、 x が X_0 に比べて十分小さいとき、 $F'(X_0)$ を点 X_0 における微係数として、以下のように展開できるとせよ。

$$F(X_0+x) = F(X_0) + F'(X_0)x$$

8. 設問 7 の結果を用いて、図 3 の点 U では定常走行速度が実現できないことを示せ。