

# 強者の戦略

研伸館の藤原です。強者への道：物理の第13回，第14回を担当させていただきます。掲載する問題についてですが，これまでに掲載された問題のなかに波動問題がなかった様なので，東京大学 後期試験 総合科目II から波動問題を出題させていただきます。

以下の問題なのですが，「波動」になれている人間の目から見ると，「非常に易しい問題」に感じられて，とても総合科目の問題とは思えません。一方で波の伝搬が捉えられていない人にとっては，足下をすくわれる難問となります。皆さんはどうでしょうか。ぜひ挑戦してみてください（解説は来週掲載します）。

【問題】見かけ上の速度が光速を超えるとき『出典：東京大学 後期日程 総合科目II』

（考察時間目安：60分）

アインシュタインの特殊相対性理論によると，物体の運動速度は光速  $c$  を超えることはない。ところが，天体現象では，光速に非常に近い速さで物体が運動していることがあり，観測で得られた移動距離を観測時間間隔で割って得られる速さが光速を超えるような天体現象が実際に観測されている。

その一例として，遠方の銀河の中心でときどき起こる爆発的な現象がある。この爆発の際に飛び出した物体が，中心から遠ざかる様子が電波によって観測されている。

たとえば，地球からの距離が  $3.0 \times 10^{25}[m]$  にある銀河の中心で爆発現象が起こった後，電波による観測を続け，爆発によって飛び出した物体が，3年間で角度にして  $5.6 \times 10^{-7}[\text{度}]$  だけ中心から遠ざかっているという観測結果が得られた。

(1) 飛び出した物体の運動方向が，観測者の視線方向と垂直であるとしたときの，見かけの移動距離を観測した時間間隔で割ったものを，見かけの速さ  $v$  と定義する。上の観測結果から見かけの速さ  $v[m/s]$  を求めよ。また，この速さは光速の何倍か。ただし，3年  $= 9.5 \times 10^7[s]$ ，光速を  $c = 3.0 \times 10^8[m/s]$  とする。

上記の設問では天体から発せられた電波が，観測者に伝わる速さが無限大であることを仮定している。しかし，実際には電波の伝わる速さは，光速  $c$  であるから，このことを考慮に入れて実際の物体の速さが光速を超えなくても，観測結果を説明できることを検討しよう。

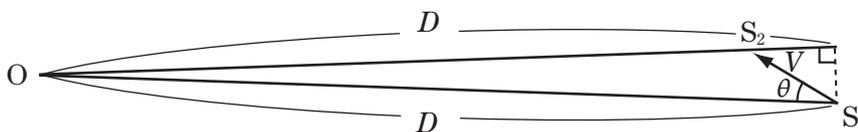


図 1

図1に示すように時刻  $t_1$  に距離  $D$  だけ離れた点  $S_1$  にあった物体が，速さ  $V$  で視線方向に対して角度  $\theta$  で等速直線運動をして，時刻  $t_2$  に点  $S_2$  に達したとする。この現象を，点  $O$  にいる観測者が電波で観測する。電波の伝わる速さは光速  $c$  であるとする。

# 強者の戦略

- (2) 物体が点  $S_1$  にあることを、観測者が時刻  $t_1'$  に観測したとすると、電波が距離  $D$  だけ伝わるのに要する時間だけ  $t_1'$  は  $t_1$  に比べて遅れる。このとき、 $t_1$  と  $t_1'$  との間になりたつ関係を式で表せ。
- (3) 同様に、物体が点  $S_2$  にあることを、観測者が時刻  $t_2'$  に観測したとすると、 $t_2$  と  $t_2'$  との間になりたつ関係を式で表せ。
- (4) 設問 (1) で定義した見かけの速さ  $v$  を  $V$ ,  $\theta$ ,  $c$  を用いて表せ。
- (5) 実際の物体の速さ  $V$  が光速を超えていないとすると、見かけの速さ  $v$  が実際の速さ  $V$  より速く見える移動方向の範囲を、余弦  $\cos \theta$  の範囲として求めよ。  
また、求めた範囲は、観測者に対して遠ざかる場合と、近づく場合のどちらか。その理由を簡潔に述べよ。
- (6) 光速を超える見かけの速さ  $v$  が観測されるような実際の物体の速さ  $V$  の最小値を求めよ。また、その時の移動方向の余弦  $\cos \theta$  も求めよ。
- (7) 設問 (1) の観測結果を説明できる、最小の速さ  $V$  と光速  $c$  の比を小数点以下 3 桁まで求めよ。ただし、 $x$  の絶対値が 1 に比べて非常に小さいときになりたつ近似式

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \doteq 1 - \frac{1}{2}x^2$$

を用いてもよい。