強者の戦略

研伸館の藤原です。強者の戦略 HP 物理ページ第２９回（問題編）第３０回（解答編）を担当させてもらいます。昨年度の９月に報じられたニュートリノ実験のニュースはどうやら測定誤差があった様で，個人的には残念ですが，「特殊相対性理論」の強固さが証明された様にも感じます。

さて今回の問題ですが，慶應義塾大学医学部で１９９９年に出題された力学問題です。波動分野に登場する「固有振動」や「うなり」といった現象を，力学的なモデルで説明しています。是非挑戦して見てください。

【問題】 ２体のバネ運動　『出展：１９９９年度　慶応義塾大学　医学部』（考察時間目安：２５分）

次の文章の $\boxed{\ 1\ }$ から $\boxed{\ 8\ }$ に適切な数式を， $\boxed{\ 9\ }$ と $\boxed{\ 10\ }$ には矢印を， $\boxed{\ 11\ }$ には適切な語句を記入せよ。

図 1 に示すようなばね振り子がある。ばね定数を k，おもりの質量を m，つりあいの位置からのおもりの変位を x，その加速度を a で表し，重力の影響を無視する。このばね振り子の運動方程式は，

$$ma = \boxed{\ 1\ }$$

となる。このばね振り子は次の式に従った単振動をする。

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

ここで，A は振幅，ω は角振動数，t は時間，ϕ は初期位相であり，$\omega = \boxed{\ 2\ }$ の関係がある。

次に，図 2 に示す 2 個のおもりと 3 本のばねからなり，両端が固定されたばね振り子の振動について調べる。2 個のおもりの質量を m，両端の 2 本のばねのばね定数を k，中心のばねのばね定数を k_{M} とする。2 個のおもりのつりあいの位置からの変位をそれぞれ x_1，x_2，対応する加速度を a_1，a_2 とすると，x_1，x_2 の運動方程式は，

$$ma_1 = \boxed{\ 3\ }$$

$$ma_2 = \boxed{\ 4\ }$$

となる。ここで，$X = x_1 + x_2$，$Y = x_1 - x_2$ とおき，a_X を X の加速度，a_Y を Y の加速度とすれば，X および Y についての運動方程式は，

$$ma_X = \boxed{\ 5\ }$$

$$ma_Y = \boxed{\ 6\ }$$

である。したがって，

$$X = A_X\cos(\omega_X t + \phi_X)$$

$$Y = A_Y\cos(\omega_Y t + \phi_Y)$$

となることがわかる。ここで，A_X，A_Y は振幅，ϕ_X，ϕ_Y は初期位相であり，$\omega_X = \boxed{\ 7\ }$，$\omega_Y = \boxed{\ 8\ }$ の関係がある。

$A_X \neq 0$，$A_Y = 0$ の場合，ある時刻に x_1 が図 3 の矢印（→）で示したように変位した。この時の x_2 の変位の向きを図 3 の $\boxed{\ 9\ }$ に矢印で示せ。同様に，$A_X = 0$，$A_Y \neq 0$ の場合，ある時刻に x_1 が図 4 の矢印（→）

で示したように変位した。この時の x_2 の変位の向きを図 4 の $\boxed{\ 10\ }$ に矢印で示せ。

$A_X \neq 0$，$A_Y \neq 0$ の場合，おもりの振動は振幅が一定の単振動にはならず，振幅が周期的に変化する。振幅が周期的に変化するこの現象を $\boxed{\ 11\ }$ という。

図 1

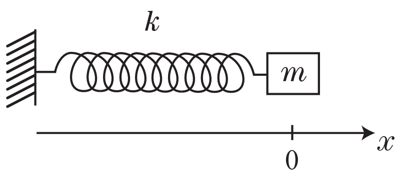

図 2

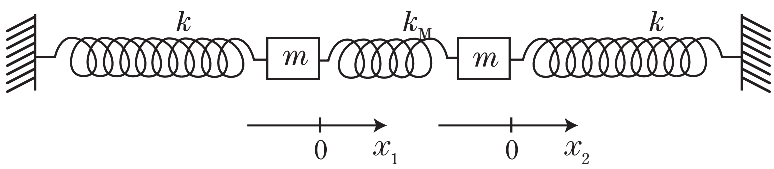

図 3

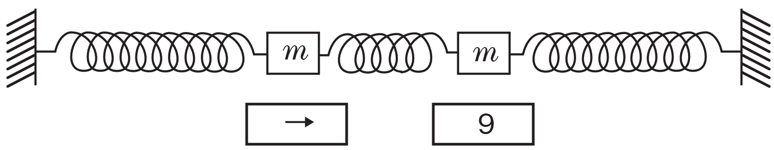

図 4