物理講師の内多です。ここ数年，春になると登場していますね。第 43 回を担当させて頂きます。
今回は，2013 年度入試より新設された大阪大学理学部前期試験「挑戦枠」の「専門理科 [物理]」から出題します。「挑戦枠」は，2012 年度をもって廃止された理学部の後期試験に替わる新たな試験で，理学部入試改革の目玉，と言えるでしょう。詳しくは大阪大学の HP 等を見てもらえればよいのですが，ごくごく簡単に説明すると以下の通りです。

「挑戦枠」を受験する受験生は,「一般枠」で指定される試験科目に加えて,「専門数学」「専門理科 [物理]」「専門理科 [化学]」（以下，専門科目とよぶ）のうちから指定された一つを受験する。その専門科目にて所定の点数（配点 300 点中 150 点以上）を取った者のみを対象に, 挑戦枠の配点にて成績上位の者が,「一般枠」の受験生よりも優先されて合格者となる。
（「挑戦枠」で合格とならなかった者は，「一般枠」受験の者とともに，改めて「一般枠」での配点で合格者を決定する）

ポイントは，専門科目で 150 点以上取れなければ他の試験科目でどれだけ高得点を取っても「挑戦枠」での合格はできないこと，そして，たとえ「挑戦枠」で合格できなくても，専門科目以外の成績が良ければ「一般枠」で合格できる，ということです。
というわけで，ある意味「ダメもと」で受験できる制度ですので，初年度は「とりあえず受けてみます」と宣言して受験した人もちらほら見かけました。私自身も，どのような形の試験かまったくわからなかったので,「まあとりあえず頑張ってこいよ」という感じで送り出しました。
そして，受験生から問題をもらっていざ解いてみると・・・。感想は「ああ，これ，並大抵の物理力じゃあ合格は不可能だな」でした。問題自体は感動的で，大問 3 問のうち，第 1 問では主に受験生の読解力，思考力を測り，第 2 問では主に微積を用いた数学的解析力を問い，第 3 問では主に高校物理学習に対する真摯な姿勢を確認し（この世代では学習がおろそかになりがちな原子物理の典型的な問題），という形で，よく練られた良問ばかりです。そう，良問ばかりなのですが，それぞれのレベルが非常に高い！大阪大学は本気でしたね（笑）。初年度だけを見れば，正直,「挑戦枠」に特化した勉強をすることはおすすめできません。「挑戦枠」で合格する人はきっと，普段から物理に強い関心を持ち，疑問が浮かんだならば時間を惜しまず深く考え，自力で解決することを繰り返してきた人でしょう。そして，大阪大学が「挑戦枠」で望む人材は，正にこのような人材なんだ，ということなのでしょう。

さて，前置きが長くなりましたが，問題は,「専門理科 [物理]」の第 1 問の後半部分です。テーマは「特殊相対性理論」。そう，1 年前の第 35 回の続きです。第 35 回の京都大学の問題では主に「一般相対性理論」がテーマでしたが，今回は「特殊相対性理論」。これを，深く味わってもらいたいと思います。
（なお，わかりやすくするため，問題番号および図の番号は実際の試験から変更しています）

【問題】

マイケルソンとモーレーは1887年に，地球の公転運動を利用して光の速さが動いている観測者にどのように依存するかを調べた。驚くべきことに，彼らの実験から，真空中の光の速さは，動いている観測者の速度によらず，いつも同じ値 c であることがわかった。

この実験結果の意味を理解するために，次の思考実験をしてみよう。

観測者A，B，Cは静止して，x 軸上に等間隔で並んでいる。図1は，x 軸（空間座標）を横軸に，時間 t（時間座標）を縦軸にとったものである。これを x–t 図とよび，この座標系を K 座標系とよぶ。AB，BCの距離は l で，x 軸はBを原点とし，Cの方向を正の向きにとる。A，B，Cが静止しているとき，A，B，Cの x–t での $t>0$ の軌跡は図1の太線になる。時刻 $t=0$ に，BからAとCに向かって光を放出する。光は時刻 $t=t_0$ にAとCに同時に到達する。

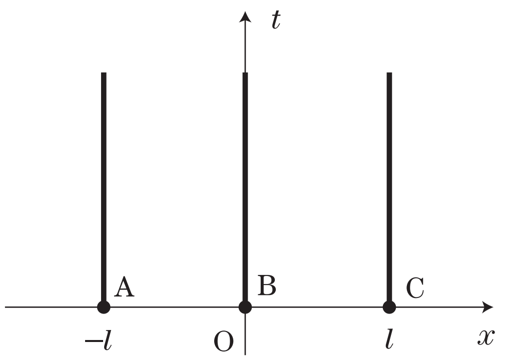
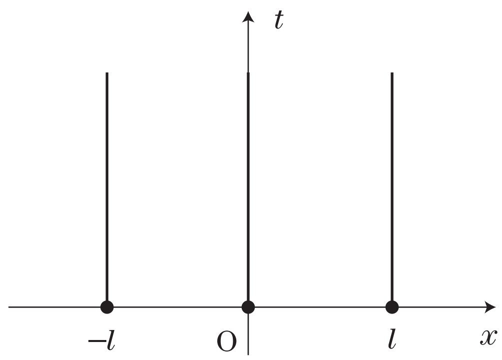


図　1



グラフ 1

問 1

BからAとCに向けて放出された光の x–t 図での軌跡を，実線で解答用紙のグラフ1に描け。

次に，K 座標系で観測者A，B，Cが等速度（速さ $V<c$）で x 軸の正の向きに動いている場合を考える。$t=0$ でA，B，Cはそれぞれ $x=-l\,,0\,,l$ に位置していた。

問 2

A，B，Cの $t>0$ での軌跡を，点線で解答用紙のグラフ1に描け。

問1の場合と同様に，時刻 $t=0$ に，BからAとCに向かって光を放出する。K 座標系で，Bより放出された光は，$t=t_1$ にAに，$t=t_2$ にCに到達する。

問 3

t_1，t_2 を l，c，V のうちの必要なものを用いて表せ。

観測者A，B，Cとともに動いている観測者を K' 観測系とよぶ。つまり，K' 座標系は K 座標系に対して，速さ V で x 軸の正の向きに動いており，K' 座標系ではA，B，Cは静止している。K' 座標系での時刻，つまりA，B，Cとともに動いている時計が刻む時刻を t' とする。この時刻 t' は，K 座標系での時刻 t と異なるかもしれない。K' 座標系の x' 軸（空間座標）は，BからCの向きを正の向きにとる。K 座標系の原点 $(x,t)=(0,0)$ は K' 座標系の原点 $(x',t')=(0,0)$ に対応している。

マイケルソンとモーレーの実験の結果を我々の思考実験に適用すると，K' 座標系でも光は速さ c で伝播し，

Bから A と C に向かって放出された光は，同時に A と C に到達することになる。

　グラフ 1 の x–t 図で，B から放出された光が A と C に到達する点をそれぞれ A_1，C_1 としよう。K' 座標系の座標軸（x' 軸，t' 軸）を K 座標系の x–t 図に描くとどうなるだろうか。A_1，C_1 の座標は，K 座標系では (x_1,t_1)，(x_2,t_2)，K' 座標系では $(x_1{}',t_1{}')$，$(x_2{}',t_2{}')$ となる。

　K' 座標系で B は静止している。つまり，任意の時刻 t' に対して，B の x' 座標は $x'=0$ である。このことは，問 2 で描いた B の軌跡が K' 座標系での t' 軸になっていることを意味する。光は $t'=t_1{}'=t_2{}'$ に同時に A と C に到達したのだから，A_1 と C_1 を通る線は K' 座標系における同時刻の線 $t'=t_1{}'=t_2{}'$ に対応していることになる。よって，x–t 図で原点を通り A_1C_1 に平行な線が K' 座標系での x' 軸になっている。

　したがって，K 座標系の座標 (x,t) と K' 座標系の座標 (x',t') は

$$x'=ax+bt \quad , \quad t'=pt+qx \qquad (1)$$

の関係で結ばれていることになる。ここで，係数 a，b，p，q は c，V で表される定数である。K' 座標系の x' 軸は関係式 (1) で $t'=0$ に対応し，t' 軸は $x'=0$ に対応している。以下の手順で係数 a, b, p, q を決めよう。

問 4

　B の軌跡を K 座標系と K' 座標系で記述することで，b を a，c，V のうちの必要なものを用いて表せ。

問 5

　K' 座標系で光が A と C に同時に到達すること，あるいは，x–t 図で線分 A_1C_1 と x' 軸が平行であることを使い，q を p，c，V のうちの必要なものを用いて表せ。

問 6

　C_1 を K 座標系と K' 座標系で記述することで，p を a，c，V のうちの必要なものを用いて表せ。

問 7

　これで，b，p，q を a，c，V で表すことができた。それでは，a をどのように決めたらいいだろうか。K' 座標系は K 座標系に対して x 軸の正の向きに速さ V で動いているが，逆に K 座標系は K' 座標系に対して x' の負の向きに速さ V で動いている。このことをヒントに a をどのように決めるか説明し，a を c, V で表せ。

このように，動いている K' 座標系の時刻 t' は，静止している K 座標系の時刻 t と異なることがわかった。両者は (1) の関係式で結ばれており，時間と空間が混ざることになる。