強者の戦略

解答編です。

(1)　プリズムを通過するときの光の速さ

$$v=\frac{c}{n}\cdots①$$

ある波面がプリズムの底で距離 l だけ進む時間を t として，この間に同じ波面がプリズムの頂点を通り距離 l' だけ進んだとすると，

$$l'=ct\cdots②$$

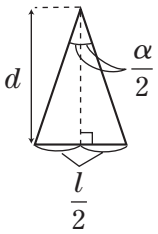
$$l=vt\cdots③$$

①，②，③ より

$$l'=c\cdot\frac{l}{v}=\frac{cl}{\frac{c}{n}}=nl$$

プリズムの底を通る波と頂点を通る波が進む距離の差

$$\Delta l=l'-l=(n-1)l$$



プリズムの頂点から底までの距離を d として，

$$\frac{l}{2}=d\tan\frac{\alpha}{2}$$

$\alpha\ll1$ より，$\tan\frac{\alpha}{2}\fallingdotseq\frac{\alpha}{2}$ として，

$$\frac{l}{2}=d\cdot\frac{\alpha}{2}\qquad\therefore d=\frac{l}{\alpha}$$

$\alpha\ll1$ より $\theta\ll1$ だから，$\Delta l\fallingdotseq d\theta\fallingdotseq\frac{l}{\alpha}\theta$ として考えてよく，

（Δl を $d\sin\theta$ と考えることもできるし，$d\tan\theta$ と考えることもできる。また，円弧の一部で $d\theta$ と考えることもできる。）

$$(n-1)l=\frac{l}{\alpha}\theta\qquad\therefore\theta=(n-1)\alpha$$

(2)　光軸と θ の角をなす光線がレンズの焦点上で像を結ぶ位置

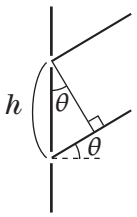
$$y=f\tan\theta\fallingdotseq f\theta\cdots④$$

(a)　レンズによる屈折の過程で光路差は生じないので，星 S_1 からの光について，θ を用いて，光路差 $\Delta l\fallingdotseq h\sin\theta\fallingdotseq h\theta$ としてよい。

明線条件：$h\theta=m\lambda\cdots⑤$（m：整数）

④，⑤ より θ を消去して

$$h\cdot\frac{y}{f}=m\lambda\qquad\therefore y=\frac{f\lambda}{h}m(=y_m)$$



よって，

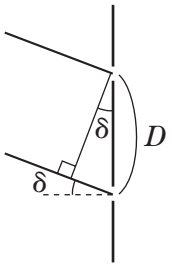
明線間隔：$\Delta y=y_{m+1}-y_m=\frac{f\lambda}{h}$

(b)　星 S_2 からの光について，星 S_1 からの光と比べて，スリットに達するまでにさらに $D\sin\delta\fallingdotseq D\delta$ の光路差がある。

明線条件：$h\theta+D\delta=m\lambda\cdots⑥$（$m$：整数）

④，⑥ より θ を消去して，

$$h\cdot\frac{y}{f}+D\delta=m\lambda \qquad \therefore y=\frac{f\lambda}{h}m-\frac{Df\delta}{h}(=y_m{}')$$



よって，$y_m{}'=y_m-\dfrac{Df\delta}{h}$

明線の位置は (a) の場合に比べて y 軸の負の方向に $\dfrac{Df\delta}{h}$ だけ移動している。

（明線間隔 $\Delta y'$ は $\Delta y'=y_{m+1}{}'-y_m{}'=\dfrac{f\lambda}{h}=\Delta y$ となり，(a) の場合と一致する。）

(c)　一様な明るさになるのは，星 S_1 による明線と星 S_2 による暗線，星 S_1 による暗線と星 S_2 による明線が一致するときだから

$$\frac{Df\delta}{h}=\frac{1}{2}\cdot\frac{f\lambda}{h} \qquad \therefore \delta=\frac{\lambda}{2D}$$

数値を代入して

$$\delta=1.5\times10^{-7}\,\mathrm{rad}$$

干渉縞が最もするどく現れるのは，星 S_1 による明線と星 S_2 による明線，星 S_1 による暗線と星 S_2 による暗線が一致するときだから

$$\frac{Df\delta}{h}=\frac{f\lambda}{h} \qquad \therefore D=\frac{\lambda}{\delta}$$

数値を代入して

$$D=4.0\,\mathrm{m}$$

いかがだったでしょうか。

レンズなどの幾何光学の問題を解く上で重要な要素は，名前の通り「幾何学」です。丁寧に図を書き，角度や距離の関係を図形的に把握することです。本問でも随所に現れていましたね。また，全体を通して，微小角における三角比の近似を用いた計算が見られます。京大の問題ではこのような「近似計算」が頻出ですので，京大志望の受験生は過去問を用いたトレーニングが必須です。さらに，最後の［ち］・［り］の問題は思考力が試されました。例えば［ち］は，「干渉縞がぼやけはじめてやがて一様な明るさになった」という部分をよく考えて，「2 つの星が作るそれぞれの明線が徐々に分離して，やがて片方の星が作る暗線位置にもう片方の星が作る明線がやってきた」と言い換えることが必要でした。全体的に，基本を押さえつつも暗記だけの勉強では歯が立たないように上手く難易度を調整して作られている良問だと言えます。

本日はここまで。またお会いしましょう。