

# 強者の戦略

物理の藤原です。強者の戦略 HP 物理ページ第75回（問題編）、第76回（解答編）を担当させてもらいます。

この原稿は、初めての共通テスト実施直前に書いています。（解答編は共通テスト実施直後に書く予定です）。今年度の受験生は、様々なアクシデントに見まわれながらの受験となりましたが、例年以上に受験生同士の「チーム意識」を強く感じる事も出来ました。出来る限り万全な状態で受験してもらいたいと思います。

様々な予想は立てていますが、共通テストの物理でどのような問題が出題されるか、まさに「シュレディンガーの猫（フタが開くまで分からない）」の状態です。

ただ、今後共通テストや個別試験などで、「グラフを読み取る／グラフを描く」問題の出題は、恐らく多くなるだろう、と予想されます。

現状の一般的な問題集では十分に対策がとれない、これらの「グラフ問題」を対しては、今のところ「教科書に掲載しているグラフに触れる」事が最善の策だと思います。教科書を読み返すと、物理でよく用いられるグラフについて、一番過不足なく効率的に学ぶ事が出来るなあ、と感じます。

今回は、教科書に掲載しているグラフの中で最も有名な「 $v-t$  グラフ」を扱う入試問題で、なかなか思考力や表現力を要する問題がありましたので、それを紹介したいと思います。挑戦してみてください。

**【問題】** 空気抵抗のある運動と  $v-t$  グラフ 『出典：2020年2月 福島県立医科大学』

（考察時間：30分）

風のない空气中を物体が空気抵抗の影響を受けながら鉛直方向に運動するとき、上昇するのに要する時間と落下するのに要する時間を比較してみよう。以下では、物体の運動は鉛直方向のみとし、物体が上昇するときの速度や鉛直上向きに作用する力を正の量で表すこととする。空気の密度を  $\rho_0$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]、重力加速度の大きさを  $g$  [ $\text{m}/\text{s}^2$ ] として、次の文章の空欄  ～  を適切に埋め、以下の問い（問1～4）に簡潔な説明を付けて答えよ。

密度  $\rho$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ] ( $>\rho_0$ )、半径  $r$  [ $\text{m}$ ] の球 A の運動について考える。A には重力  $W$  [ $\text{N}$ ]、浮力  $F_1$  [ $\text{N}$ ]、そして A の速度と半径に比例する空気抵抗  $F_2$  [ $\text{N}$ ]（これを「粘性抵抗」という）がはたらく。 $W$  は  $g$ 、 $r$ 、 $\rho$  を用いて  [ $\text{N}$ ] と、 $F_1$  は  $g$ 、 $r$ 、 $\rho_0$  を用いて  [ $\text{N}$ ] と表される。また  $F_2$  の比例定数を  $k$  [ $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ] ( $>0$ )、A の速度を  $v$  [ $\text{m}/\text{s}$ ] とすると、 $F_2$  は  $-krv$  と表される。これらの3つの力がはたらくとき、A の加速度  $a$  [ $\text{m}/\text{s}^2$ ] は  $g$ 、 $k$ 、 $r$ 、 $v$ 、 $\rho$ 、 $\rho_0$  を用いて  [ $\text{m}/\text{s}^2$ ] と表される。

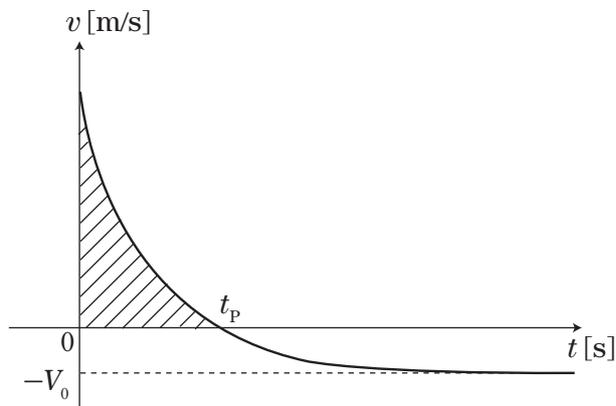
時刻  $t=0\text{s}$  に A を点 O から鉛直上向きに投げ上げた。それから時間  $t_{\text{OP}}$  [ $\text{s}$ ] 経過した時刻  $t_{\text{P}}$  [ $\text{s}$ ] で、A は O より  $h$  [ $\text{m}$ ] 高い点 P で静止し、その後落下し、しばらくして A は一定の速さ  $V_0$  [ $\text{m}/\text{s}$ ] で運動した。 $V_0$  は  $g$ 、 $k$ 、

# 強者の戦略

$r, \rho, \rho_0$  を用いて  $\boxed{\text{エ}}$  [m/s] と表される。

下図は縦軸を速度  $v$ 、横軸を時刻  $t$  として、O からの A の速度と時刻の関係を示している（以下では、この曲線を「 $v-t$  グラフ 1」と呼ぶこととする）。この図において、 $t$  軸と  $v-t$  グラフ 1 で囲まれた斜線部の面積は、A が  $t=0$  s から  $t_p$  までに移動した距離  $h$  である。また、A が O に到達する時刻を  $t_0$  [s] とすると、P から O へ落下するのに要する時間  $t_{p0}$  [s] は  $t_0 - t_p$  であり、 $t_p$  から後の  $t$  軸と直線  $t=t_0$  および  $v-t$  グラフ 1 で囲まれた部分の面積は A がこの時間で移動した距離  $h$  である。

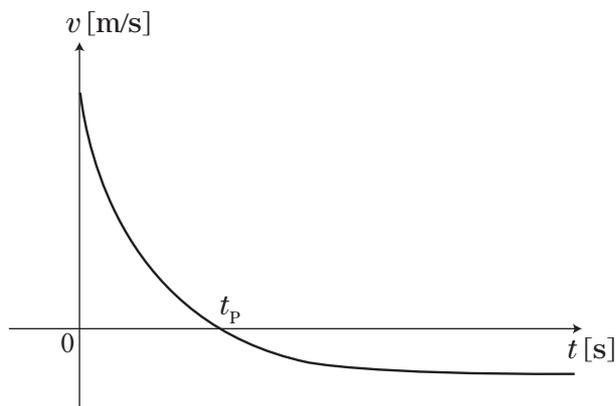
$t_{OP}$  と  $t_{PO}$  を比較するため、空気抵抗がない場合の A の O からの鉛直投げ上げを考える。投げ上げる時刻と初速度は、時刻  $t_p$  で A がちょうど P に達しそこで静止するように調整されている。この場合での、A が O から P まで上昇するのに要する時間を  $t'_{OP}$  [s] とし、A が P から O へ落下するのに要する時間を  $t'_{PO}$  [s] と



する。 $t_{OP}$  と  $t'_{OP}$ ,  $t_{PO}$  と  $t'_{PO}$ ,  $t'_{OP}$  と  $t'_{PO}$  などの関係を調べることで、 $t_{OP}$  と  $t_{PO}$  を比較することができる。

問 1  $t'_{OP}$  を  $g, h, \rho, \rho_0$  を用いて表せ。

問 2 空気抵抗がない場合の A の速度と時刻の関係（これを「 $v-t$  グラフ 2」と呼ぶこととする）を上図中に示せ。さらに、図の斜線部の面積が  $h$  であることを用いて  $t_{OP}$  と  $t'_{OP}$  の大小関係を示せ。



問 3 下に示されている  $v-t$  グラフ 1 の図を用いて  $t_{PO}$  と  $t'_{PO}$  の大小関係を示せ。

問 4  $t_{OP}$  と  $t_{PO}$  の大小関係を示せ。