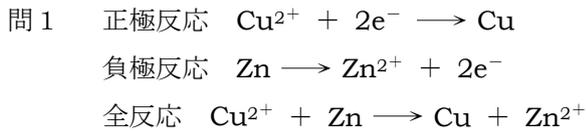


強者の戦略

森 上総です。先週の問題いかがだったでしょうか。なかなか奥深い問題ですが、与えられている条件を使いこなすことができれば、正解に到達することはさして難しくはないのでは、と思います。ですので、すぐ解答を読まずに、まだ解いてみていない方は、一度じっくり取り組んでみてください。

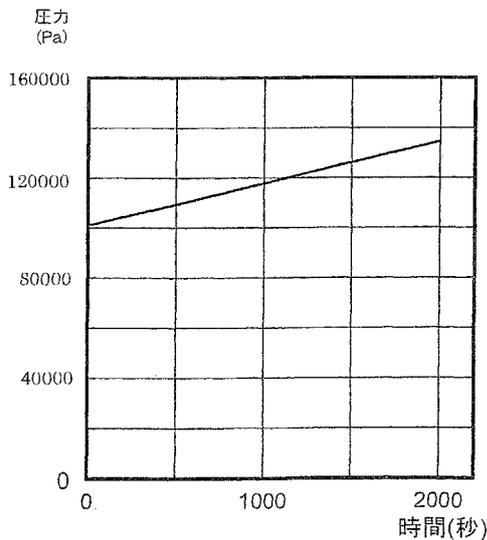
それでは、前回の問題の解答・解説です。

<解答>



問2 $1.65 \times 10^{-4}t + 5.00$

問3 次図



問4 $9.95 \times 10^4 \Delta W_{\text{Cu}}$

<解説>

問1 ダニエル電池の正極活物質は硫酸銅(II)であり、負極活物質は亜鉛である。

問2 銅板上で進行する反応は



であるので、電子2 [mol] が流れると、銅1 [mol] が析出する。

流れる電流の大きさは、オームの法則より、

$$\frac{1.10[\text{V}]}{2.20[\Omega]} = 0.500 [\text{A}]$$

であるので、電流を流した時間 t [秒] と析出した銅の質量 ΔW_{Cu} [g] の間に次の関係が成り立つ。

$$0.500t = \frac{\Delta W_{\text{Cu}}}{63.6} \times 2 \times 9.65 \times 10^4$$

$$\Delta W_{\text{Cu}} \doteq 1.645 \times 10^{-4}t$$

もともと銅板の質量が5.00 [g] であるので、

$$W_{\text{Cu}} \doteq 1.645 \times 10^{-4}t + 5.00$$

問3 t [秒] 電流を流したときに発生する熱量は、

$$1.10[\text{V}] \times 0.500[\text{A}] \times t[\text{秒}] = 0.550t [\text{J}]$$

である。よって、2000 [秒] 電流を流すことで発生する熱量は

$$0.550 \times 2000 = 1100 [\text{J}]$$

であり、1.00 [mol] の気体の温度上昇は、

$$1100[\text{J}] \times \frac{1}{1.00[\text{mol}]} \times \frac{2}{3R} [\text{mol} \cdot \text{K}/\text{J}]$$

$$= \frac{2200}{3R} [\text{K}]$$

以上より、理想気体の状態方程式から上昇する圧力が求まる。密閉容器の体積は初期条件(標準状態で1mol)から22.4 [L] と分かる

強者の戦略

ので、

$$\frac{nRT}{V}$$
$$= \frac{1.00[\text{mol}] \times R[\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})] \times \frac{2200}{3R}[\text{K}]}{22.4 \times 10^{-3}[\text{m}^3]}$$
$$\approx 3.273 \times 10^4 [\text{Pa}]$$

電流を流す前は標準状態であったので、2000 [秒] 電流を流したあとの気体の圧力は

$$1.013 \times 10^5 + 3.273 \times 10^4 \approx 1.340 \times 10^5 [\text{Pa}]$$

問4 問2より、

$$\Delta W_{\text{Cu}} \approx 1.645 \times 10^{-4} t$$

また、問3より t [秒] 後の圧力変化 ΔP は

$$\Delta P = \frac{1.00 \times R \times \frac{1.10t}{3R}}{22.4 \times 10^{-3}}$$

以上より t を消去すると、

$$\Delta P = 9.950 \times 10^4 \Delta W_{\text{Cu}}$$

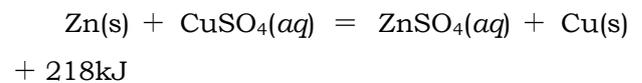
いかがだったでしょうか。ちょっと物珍しいのは「オームの法則」ぐらいのもので、あとは単位にさえ注意して解いていけば正答できたのではないでしょうか。

ところで、この問題、「ふーん、銅板の質量変化と気体の圧力変化は比例するのか」という理解で終わらせてしまっては、いささか勿体ない気がします。なぜ、比例するのですか？

まず、本問ではダニエル電池を用いていますが、

電池とはどのような装置ですか。「酸化還元反応を利用して、外部回路に電子の流れを取り出す装置」でも構いませんが(実際研伸館のあるクラスのテキストにはこのように紹介されています)、仮にも強者たらんとする皆さんは、次のようにも理解しておいてもらいたいものです。電池とは「化学反応した物質のエンタルピー変化を電気エネルギーに変換する装置」である、と。

亜鉛と硫酸銅(II)水溶液の酸化還元反応は、熱化学方程式で次のように表されます。



このとき生じる 218 [kJ] のエネルギーは、 Zn(s) と $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ のエンタルピーと、 $\text{Zn}^{2+}(\text{aq})$ と Cu(s) のエンタルピーの差であり、ダニエル電池ではこのエネルギーが電気エネルギーとして取り出されます。したがって、「銅の析出量に比例してエネルギーが発生する」と結論づけられるわけです。

ちなみに、本当のことをいうと、反応した物質のエンタルピー変化が全て電気エネルギーに変換されるわけではありません。この「変換率」が、たびたび入試でも出題される「発電効率」です。(なお、どれだけ「頑張った」ところで発電効率は 100% にはなりません。発電効率の最大値を求めるには、エントロピー変化も考慮する必要があります……、收拾がつかなくなるのでここでは深く触れないことにしましょう。一応言っておくと、ダニエル電池はエントロピー項が極めて小さいです。)

一方、密閉容器内の気体。「理想気体の状態方程式」として知られる、

$$PV = nRT$$

の左辺 PV は何を表しているのでしょうか。圧力 P の単位は [Pa] すなわち $[\text{N}/\text{m}^2]$ 、体積 V の単位は $[\text{m}^3]$ であるので、 PV の単位は $[\text{N} \cdot \text{m}]$ すなわち [J]。左辺は気体全体がもつエネルギーの大きさを表しているといえます。例えば、定圧条件で系の外部からエネルギーを受け取ると、 V が大きくなります。(あまり物理の領分を侵すのもどうかと思われるので、この話もこの辺りに留めます。)

強者の戦略

さて、本問は定積条件です。すなわち V が一定なので、外部から与えられたエネルギーは P の増大として観測されます。したがって、「与えられたエネルギーに比例して圧力が増大する」となります。

結果、「銅板の質量変化と気体の圧力変化は比例する」という結論になりますが、この実験は「物質がもつエンタルピーを気体の内部エネルギーに変換する実験」であったと見ることもできるわけです。エネルギーは保存されますので、比例するわけですね。