

強者の戦略

数学科の川崎です。今年度もこのページを担当させていただきます。どうぞよろしくお願いいたします。
新年度1回目は2題出題します。1問目は連分数展開がテーマの極限の問題、2問目は数列の和をテーマとした整数問題です。どちらも難易度は高くありませんので、じっくり考えてみてください。

第1問 (Ⅲ C)

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, a_2 = 1 + \frac{1}{2+1}, a_3 = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2+1}}, a_4 = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2+1}}}, \dots$$

で定める。すなわち

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 1 + \frac{1}{1+a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

第2問 (Ⅰ A Ⅱ B)

m を 10 以上 50 以下の自然数とし、 n を 2 以上 m 未満の自然数とする。

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = (n+1) + (n+2) + \dots + m$$

が成り立つような、 (m, n) の組をすべて求めよ。

(注1) 第2問は数Ⅲの知識を必要としないので、文系の皆さんも考えてみてください。簡単すぎるという人は m が 10 以上 50 以下という条件を外すとどうなるか考察してみてください。

(注2) 前回、野口先生の問題出題時のコメントに出てきた K 先生とは私です。野口先生のパソコンが壊れ残念な事態になっているのを憐れみの目で見ていました。私のパソコンは壊れていないので、日頃の行いの差やなと思いましたが、そんなことは口が裂けても言えないので、ここに書き記しておくことにします。