

強者の戦略

強者の皆さん、そして、強者にならんとしている意欲のある皆さん、こんにちは。数学科の中西です。

今回は、中西からの出題第2回目、ということになりますが、夏期講習の最後というタイミングで出題できる機会を得ましたので、皆さんが夏期講習で学んだポイントが関わってくる過去問を出題したいと思います。

研伸館の夏期講習で「数A：場合の数 完全制覇!」「高2京大阪大確率特講」「高1数学確率の発展講義」のいずれかを受講した方は、その講座内で学んだポイントを活かすことができる問題になっています（もちろん、まったく同じ使い方をするとは限りません）。また、このサイトを今まで見続けてきた強者の方ならば、第78, 79回の野口さんの問題&解説が、一部ではありますが参考になると思いますので、活用してみてください。それでは、問題に移りましょう。

問題

n を3以上の自然数とする。

一辺の長さが n の正方形の紙の表（おもて）を、一辺の長さが1のマス目 n^2 個に区切る。このとき、区切るための線分は元々の正方形の辺に平行にひくものとする。この紙を2枚用意し、AとBの2人に渡す。AとBはそれぞれ渡された紙の2個のマスを無作為に選んで塗りつぶす。塗りつぶしたあと、両方の紙を表を上にしてどのように重ね合わせても、塗りつぶされたマス目がどれも重ならない確率を $P(n)$ とするとき、次の問いに答えよ。ただし、2枚の紙を重ね合わせるときには、それぞれの紙を回転させてもよいが、紙の四隅は合わせることにする。

- (1) $P(4)$ を求めよ。
- (2) $P(n)$ を求めよ。

これから強者にならんとしている方は(1)を、すでに強者の域に達している方は(2)を解答していただければよいと思います。

研伸館の夏期講習で学んだことや、野口さんの問題で学んだポイントなどとの関連性（リンク）を考えながら、問題に取り組んでみてください。