

強者の戦略

数学科の川崎です。今回は少し毛色を代えて、行列・1次変換の問題を出題します。これまであまり出題してきませんでしたが、いつかは出そうと企てていた問題です。数Cをやり慣れていない人には解きにくいかもしれませんが、練習のつもりで考えてみてください。

第1問 (IIC)

行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で表される1次変換を f , $B = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ で表される1次変換を g とする。

(1) どんなベクトル \vec{u} , \vec{v} に対しても、内積の間に

$$f(\vec{u}) \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot g(\vec{v})$$

の関係が成り立つことを示せ。

(2) f が原点 O を通る直線 l をそれ自身にうつすとする。 l 上に O と異なる点 P をとり、 P の f による像を Q , g による像を R とする。このとき、次の(イ)(ロ)のいずれかが成り立つことを示せ。

(イ) $Q = R$

(ロ) 3点 Q , R , O は直角三角形の頂点となる。