

# 強者の戦略

強者サイトをご覧になっている皆さん、こんにちは。数学科の中西です。今回は、2015年度の1回目を担当させて頂くことになりました。1年の初めを担当したり、年度の初めを担当したりと「1番」に縁があるようで、個人的に嬉しく思っています。

さて、今回も「確率」の単元から問題を選んでいますが、いつもとは違い「ロボット」が登場します。工学部系を目指している人にとっては、大学で実際に会うかもしれない場面を単純化した問題なので、是非とも頑張ってください。

それでは、問題です。

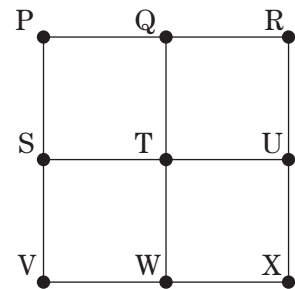
## 問題

K大学では次のようなイヌ型ロボットの開発に成功した。このロボットは右図の格子を進み、格子点（図中の●）に達するとそこに印を付ける。その後、進む向きを定めてまた前進するのだが、既に印の付けられた格子点には行くことができない。また、進む向きの定め方は次の法則に従う。

- ① 隣接する格子点すべてに印が付いているときは、そこで止まる。
- ② 隣接する格子点で印のついていないものが少なくとも1つあるときは、必ずそれらのどれかに進む。
- ③ 隣接する格子点で印の付いていないものが2点以上ある場合は

[ア] 正面の点に印が付いていなければ直進する確率は $p$ である。

[イ] 左右の点とも印がついていなければ左右に進む確率は等しい。



このとき、以下の問いに答えよ。ただし、出発点においても上の①～③に従って進行方向を定め、かつ印を付けて行くものとする。

- (1) このロボットを、点PにQを正面として置いて出発させるとき、すべての格子点P～Xに印を付けて止まる確率を求めよ。
- (2) 単位時間に1回ずつ移動する2機のロボット「ポチ」と「コロ」を使ってゲームをする。ポチを点PにQを正面として置き、コロを点XにWを正面として置き、同時に出発させてより長い時間動いていたほうが勝ちとする。ここで、同時に同じ点に到達した場合は引き分けとし、再試合は行わない。また、他方のロボットが印を付けた点にも到達できないものとする。

さて、ポチの直進の確率を $p$ 、コロの直進の確率を $q$ としたとき、ポチの勝つ確率を求めよ。また、 $p$ と $q$ の間にどのような関係があれば、ポチの勝つ確率がコロの勝つ確率を上回るだろうか。

数学や確率が得意な人は、(2)だけ解いてもらえれば十分です。(2)がとっつきにくいな、と感じたときは、(1)から順番に解いてみてください。(2)を解き進めていくと、この問題の舞台になっているゲームの仕組みや、確率 $p$ 、 $q$ の意味が浮き上がってきて、面白くなってくると思います。

それでは、解答編でお待ちしています。